

清华大学本科生考试试题专用纸

考试课程： 基础物理学（1） 2022 年 10 月 9 日

姓名： 学号： 班级：

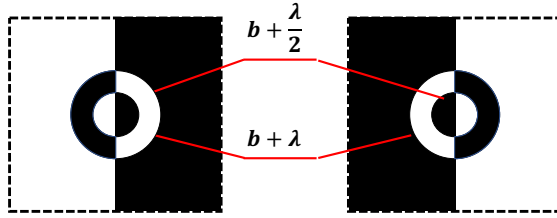
1. （本题 10 分）

已知一波长为 λ 的平行单色光以 θ_0 角度斜入射到宽度为 a 的单缝上。令零级中心强度为 I_0 ，忽略倾斜因子影响，求：

- (1) 衍射角为 θ 的夫琅禾费衍射光强；
- (2) 零级中心对应的衍射角度；
- (3) 以及零级斑半角度宽度。

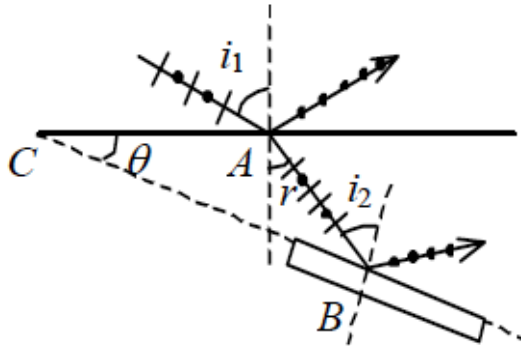
2. （本题 10 分）

如图所示，用平行光照射两个很大的互补屏（ b 为中心到场点的光程）。令 I_0 为自由传播时的光强，求左、右屏给出的光强。



3. （本题 10 分）

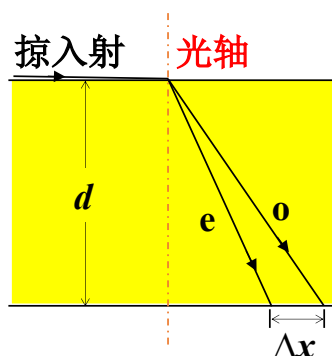
有一平面玻璃板放在水中，板面与水面夹角为 θ （见图），入射光是自然光。设水和玻璃的折射率分别为 n_1 和 n_2 。已知图中水面的反射光是完全偏振光，欲使玻璃板面的反射光也是完全偏振光，则 θ 角应是多大？（提示：结果以水和玻璃的折射率表示）



4. （本题 10 分）

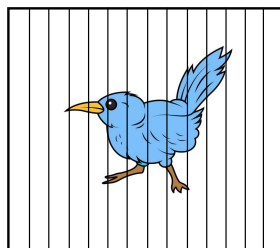
如图所示，将一束单色光掠入射到可发生双折射的晶体平板上，晶体光轴与入射面垂直，厚度为 d ，求寻常光 o 光和非寻常光 e 光从平板穿出时

两条光线的间隔 Δx 。(提示：令该单色光在晶体中的 o 光和 e 光折射率分别为 n_o 和 n_e 。)



5. (本题 10 分)

如图所示，一张图上画有一只小鸟，请回答用怎样的滤波器能够去掉栅网。



6. (本题 10 分)

假设一个粒子处于自旋态

$$\chi = A \begin{pmatrix} 3i \\ 4 \end{pmatrix}$$

试在 s^2, s_z 表象中

(1) 确定归一化常数 A 。

(2) 求 s_x, s_y, s_z 的期待值。

(3) 求 s_x, s_y, s_z 的不确定度 $s = \sqrt{(s - \bar{s})^2}$ ，试验证两两不确定度之间的乘积满足不确定性原理。

7. (本题 10 分)

已知泡利矩阵为

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

试求出电子自旋角动量分量 s_x 的本征值与本征矢，以及在這些本征态中测量 s_z 时得到其各本征值的概率。

8. (本题 10 分)

已知一等价双态系统具有相同的能量 E_0 ，哈密顿矩阵为

$$H = \begin{pmatrix} E_0 & -A \\ -A & E_0 \end{pmatrix}$$

其中非对角元素 $A > 0$ ，试求其的本征值与本征矢。

9. (本题 10 分)

已知一宽度为 L 正方形无限深势阱围栏的能级为

$$E_{n_x, n_y} = \frac{\hbar^2}{8m_e L^2} (n_x^2 + n_y^2), \quad (n_x, n_y = 1, 2, 3, \dots)$$

假定电子间无相互作用，试根据泡利不相容原理求该围栏中的 7 个电子系统的基态总能量。

10. (本题 10 分)

已知一质量为 m 的谐振子的哈密顿算符及第一激发态本征函数为

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} (\hat{p}^2 + m^2 \omega_0^2 \hat{x}^2), \quad \psi_1(x) = 2A_1 \sqrt{m\omega_0 / \hbar} x e^{-m\omega_0 x^2 / 2\hbar},$$

- 1) 试确定归一化因子 A_1 ;
- 2) 计算在该激发态下的能量平均值;
- 3) 计算动能与势能以及各自占总能量的比例。

计算过程中可能需要的积分式为

$$\int_0^{+\infty} x^{2n} \exp(-x^2) dx = 2^{-(n+1)} [1.3.5 \dots (2n-1)] \sqrt{\pi}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

11. (本题 10 分)

已知一维晶格的电子能带可以写成

$$E(k) = \frac{\hbar^2}{m_e a^2} \left[\frac{7}{8} - \cos(ka) + \frac{1}{8} \cos(2ka) \right]$$

式中 a 为晶格常量，求：

- (1) 能带宽度;
- (2) 带顶和带底的有效质量。

12. (本题 10 分)

在单电子（氢及碱金属原子）的情况下，电子的轨道磁矩与自旋磁矩分别为（以玻尔磁子 μ_B 表示）

$$\vec{\mu}_l = -\frac{\mu_B \vec{l}}{\hbar}, \quad \vec{\mu}_s = -\frac{2\mu_B \vec{s}}{\hbar}$$

试证明电子的总磁矩在其总角动量上的投影值为

$$\mu_j = \mu_B g_j \sqrt{j(j+1)}$$

其中，单电子总磁矩的朗德因子为

$$g_j = 1 + \frac{j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)}{2j(j+1)}$$

(提示，可以在 \hat{j}^2, \hat{j}_z 共同本征态下计算)

13. (本题 10 分)

第二代轻子--缪子是一种除了寿命及静质量为电子 m_e 的 207 倍外，其它性质都与电子一样。假设它可以被铅（原子序数为 82）俘获形成缪-铅原子，已知铅原子的质量为 $207 \text{ GeV}/c^2$ ，缪子质量为 $105.6 \text{ MeV}/c^2$ ，试求它的

- (1) 基态能量和相应的缪-轨道特征半径（以玻尔半径 a_B 表示）；
- (2) 从第一激发态到基态跃迁所发射的光子能量；
- (3) 求基态缪-铅原子中在 $r < R$ 范围内发现缪子的概率（写出积分表达式即可）。

14. (本题 10 分)

已知一质量为 m_1 入射粒子高速运行，与一质量为 m_2 的静止碰撞，碰后产生质量依次为 m_3, m_4, \dots, m_n 个子体粒子，试求产生该反应过程所要求的入射粒子最小动能（也就是阈能）。

15. (本题 10 分)

天然铀矿中 ^{235}U 对 ^{238}U 的比例为 0.72%，求 20 亿年前这一比例。已知它们的半衰期分别为 7.04 亿年和 44.7 亿年。