

# 清华大学本科生考试试题专用纸

考试课程： 基础物理学（1）      2022 年 10 月 9 日

姓名：                  学号：                  班级：

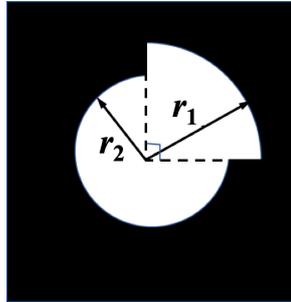
1. （本题 10 分）

一个三狭缝衍射屏，缝宽均为  $a$ ，彼此间距为  $d$ ，中间缝盖有可以引起  $180^\circ$  相位改变的滤光片，波长为  $\lambda$  的单色光正入射，计算下列各种情况下的衍射角：

- (1) 第一衍射极小；
- (2) 第一干涉极小；
- (3) 第一干涉极大。

2. （本题 10 分）

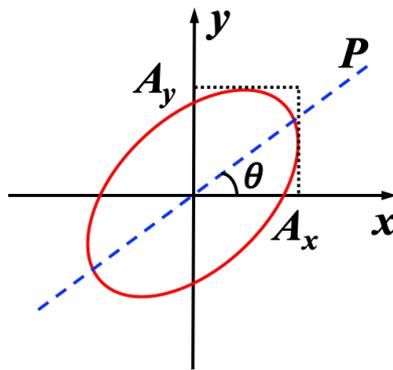
单色平面光波波长  $5000 \text{ \AA}$ ，正入射到如下图所示的衍射屏上， $r_1 = \sqrt{2} \text{ mm}$ ， $r_2 = 1 \text{ mm}$ ，轴上观察点离衍射屏  $2\text{m}$ ，计算观察点处的振幅和强度（用自由传播时的振幅  $A_0$  来表示）。



3. （本题 10 分）

如图所示，用一偏振片  $P$  检验椭圆偏振光时，透过偏振片的光强将随偏振片的旋转角度  $\theta$  变化。对于已设定的坐标系  $(x, y)$ ，已知合成为椭圆偏振光的两个垂直振动之间的相位差位为  $\delta$ ，振幅分别为  $A_x$  与  $A_y$ 。

- a) 试导出透射光随偏振片旋转角度变化的普遍公式。
- b) 试确定椭圆偏振光长、短轴的方位以及相应的透射光强的极大值和极小值。



4. (本题 10 分)

设康普顿效应中入射 X 射线(伦琴射线)的波长  $\lambda = 0.700 \text{ \AA}$ , 散射的 X 射线与入射的 X 射线垂直, 求:

- 反冲电子的动能  $E_k$ 。
- 反冲电子运动的方向与入射的 X 射线之间的夹角  $\theta$ 。(普朗克常量  $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ , 电子静止质量  $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ )

5. (本题 10 分)

假设在  $t = 0$  时刻时, 一个粒子由下述波函数描述

$$\Psi(x, 0) = \begin{cases} A(a^2 - x^2), & \text{如果 } -a \leq x \leq a, \\ 0, & \text{其它地方。} \end{cases}$$

- 确定归一化常数  $A$ 。
- 位置  $x$  与  $x^2$  的期待值  $\bar{x}$  与  $\overline{x^2}$ 。
- 动量  $p$  与  $p^2$  的期待值  $\bar{p}$  与  $\overline{p^2}$ 。
- 如果  $x$  不确定度采用标准差定义  $\sigma_x = \sqrt{(x - \bar{x})^2}$ , 同样定义  $p$  不确定度也采用标准差的定义  $\sigma_p$ , 试验证  $\sigma_x \sigma_p$  满足不确定性原理。

6. (本题 10 分)

在量子力学中, 沿矢径  $r$  方向的动量  $p_r$  的算符定义为

$$\hat{p}_r \equiv \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \hat{r} \cdot \hat{p} + \hat{p} \cdot \hat{r} \frac{1}{r} \right)$$

证明:  $\hat{p}^2 = \frac{1}{r^2} \hat{L}^2 + \hat{p}_r^2 = \frac{1}{r^2} \hat{L}^2 - \hbar^2 \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right)$ 。

7. (本题 10 分)

在  $s^2, s_z$  表象中, 求:

- (1) 自旋分量  $s_y$  的本征值与本征矢;
- (2) 对于一个任意态  $|\chi\rangle$ , 它在以  $s_y$  本征矢为基矢的表示, 以及展开系数应该满足的条件。

8. (本题 10 分)

一具有两种结构的双态量子系统, 已知在无外场时能量均为  $E_0$ , 对应的结构量子态分别为  $|1\rangle$  和  $|2\rangle$ 。若将该系统置于外静电场  $\varepsilon$  中, 哈密顿矩阵变为

$$H = \begin{pmatrix} E_0 - \mu_E \varepsilon & -A \\ -A & E_0 + \mu_E \varepsilon \end{pmatrix}$$

其中非对角元素  $A > 0$ , 试求此时该系统的能量本征值, 并写出以结构量子态为基的能量本征矢的矩阵形式。

9. (本题 10 分)

研究磁共振时, 原子自旋磁矩为  $\mu_M$ , 在  $z$  轴上加恒磁场  $B_z$ , 在  $xy$  平面上加上左旋的磁场

$$B_x = \frac{B_1}{\sqrt{2}} \cos \omega t, \quad B_y = \frac{B_1}{\sqrt{2}} \sin \omega t$$

- (1) 请写出哈密顿矩阵的形式;
- (2) 设初态为  $(1, 0)^T$ , 即初态处于  $C_\uparrow$ , 求解共振情况下本征态波函数  $C_\uparrow(t)$ , 和  $C_\downarrow(t)$ , 以及跃迁概率随时间的变化关系。

10. (本题 10 分)

若一个电子处在下式所表示的宽度为  $a$  的一维无限深势中

$$U(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ 0 & 0 < x < a \\ \infty & x > a \end{cases}$$

- (1) 求该电子在该势阱中的能量本征值与本征函数;
- (2) 求该电子从基态跃迁到第二激发态所需的能量, 并求其退激到第一激发态时所发射的电磁波波长。

11. (本题 10 分)

假设晶体中原子间的间距在  $10^{-10} \text{ m}$  量级。若将一个电子完全限制在一个长为  $2 \times 10^{-10} \text{ m}$  的窄管中, 求:

- (1) 该电子在管中产生的谐振德布罗意波长最大值;
- (2) 对应的动量和非相对论动能 (以  $\text{eV}$  为单位)。

12. (本题 10 分)

第三代轻子  $\tau^-$  是一种除了寿命及静质量为电子的 3484 倍外, 其它性质都与电子一样。假设它可以被质子俘获形成  $\tau$  氢原子, 质子静质量是电子的 1836 倍。试计算  $\tau$  氢原子的

- (1) 里德伯常量;
- (2) 第一玻尔轨道半径。

13. (本题 10 分)

假设氢原子核有大小, 电荷均匀分布在半径为  $b$  的球壳上, 球壳内的电势满足 (令无穷远处为零点)

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 b} \quad (0 < r < b)$$

求由此引起的氢原子基态能量的修正值。已知氢原子基态波函数为

$$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$$

其中  $a$  为玻尔半径。

14. (本题 10 分)

质量为  $m_n$ 、动能为  $E_n$  的中子与质量为  $m$  的静止靶核发生弹性碰撞, 求碰后靶核的最大动能。

15. (本题 10 分)

铀-238 的半衰期是  $4.51 \times 10^9$  年, 而铀-235 仅为  $7.13 \times 10^8$  年。因此, 地球从在 45 亿年前形成以来, 铀-235 的同位素丰度一直是稳定地减少。(已知天然铀中, 铀-235 的丰度为 0.7%, 铀-238 为 99.3%。)

- (1) 当地球形成时, 铀-235 的丰度是多少?
- (2) 距今多少年以前, 铀-235 的丰度为 4%?