

# 电磁感应

姓名: 鲁睿 班级: 未央-软 11 学号: 2021012539

实验时间: 2022 年 5 月 18 日 下午 实验编号: 16 号

## 摘 要

本文采用 RL 串联电路, 对电路中存在的自、互感进行间接测量并分析, 并将问题转化为测量不同元件的电压, 并使用一次测量以及拟合直线、曲线的方式测定电感、内电阻以及互感的大小。对两者之间插入铝芯在交流电磁场中所造成的电感变化、反射电阻和反射电感反射等问题进行了探讨, 并对其进行了定量计算。试验表明, 插入铝芯后电感相应降低。

**关键词:** 电磁感应; RL 电路; 互感; 自感;

## 目 录

<b>1 实验仪器</b>	<b>3</b>
<b>2 实验内容</b>	<b>3</b>
2.1 第一部分: 测量无芯(空气芯)线圈和铝芯线圈电阻和电感 . . . . .	3
2.2 第二部分: 互感和耦合常数 . . . . .	6
2.3 第三部分: 初级线圈的等效阻抗和次级线圈的若干反射物理量之间的关系	10
2.4 第四部分: 涡流效应 . . . . .	14
<b>3 讨论</b>	<b>14</b>
<b>4 源代码</b>	<b>15</b>
<b>5 原始数据</b>	<b>16</b>

## 插 图

1 L-R 电路中两者电压合成关系 . . . . .	3
2 测量电阻电感以及电压合成电路图 . . . . .	4
3 四种情形对应电阻电感计算值 . . . . .	6
4 测量互感电路图 . . . . .	6
5 电磁感应图 4 . . . . .	8

6	计算自感与互感的拟合直线	9
7	等效感抗与外接电阻的关系（直线拟合）	11
8	等效感抗与外接电阻的关系（曲线拟合）	12
9	反射电阻与外接电阻的关系（Bezier 曲线拟合）	13
10	电磁感应原始数据	16

## 表格

1	电磁感应仪器	3
2	测量双线圈电路数据	5
3	变负载测量数据表	8
4	初级线圈反射电阻与感抗表	10
5	等效电阻与感抗与外接电阻的关系	11
6	插入铝芯各电压测量数据	14

## 1 实验仪器

名称	型号	参数	精度
信号发生器	Tektronix	25MHz	125MS/s
万用表	VICTOR	交流档位 20V	0.001V
定值电阻	SBL	300Ω	未知
$L_1, L_2$ 线圈	未知	待测	未知

表 1: 电磁感应仪器

## 2 实验内容

### 2.1 第一部分：测量无芯（空气芯）线圈和铝芯线圈电阻和电感

角频率为  $\omega$  的正弦交流电流经  $R$  和  $L$  的串联构成的  $L-R$  电路，电路图如下：

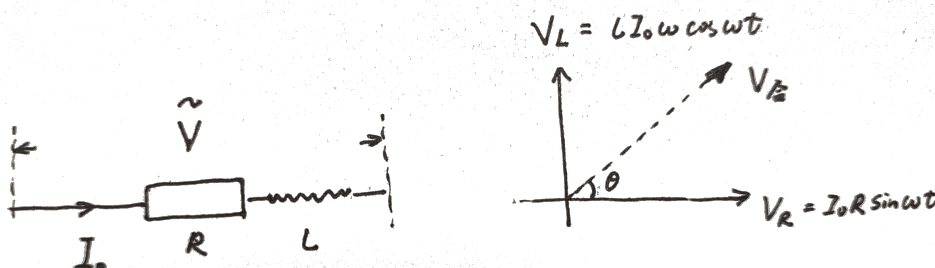


图 1: L-R 电路中两者电压合成关系

设电流  $i = I_0 \sin \omega t$ ，则电阻上的电压（降）等于  $I_0 R \sin \omega t$ ，电感上的电压（降）是  $I_0 \omega L \cos \omega t$ ，进而可以得到  $R-L$  组合回路上的电压是  $I_0 Z \sin(\omega t + \theta)$ ，式中，

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega_0 L)^2}, \theta = \arctan\left(\frac{\omega_0 L}{R}\right) \quad (1)$$

定义  $X = \omega L$  为感抗。交流电压和电流的有效值用  $V$  和  $I$  表示，可以推知

$$V = \sqrt{(IR)^2 + (IX)^2} = I\sqrt{R^2 + Z^2} \quad (2)$$

使用文字语言描述：如果电路中还有其它的电阻和（或）电感， $L-R$  组合回路的电压降等于电阻上的总电压降和电感上的总电压降的平方和再开根号。同时可以得到各分

压与总压的三角函数关系：

$$\begin{cases} V \cos \theta = IR \\ V \sin \theta = IX \end{cases} \quad (3)$$

利用上述相位差可以设计如下电路图（图 2），在下图所示的组合串联电路外加正弦电压：

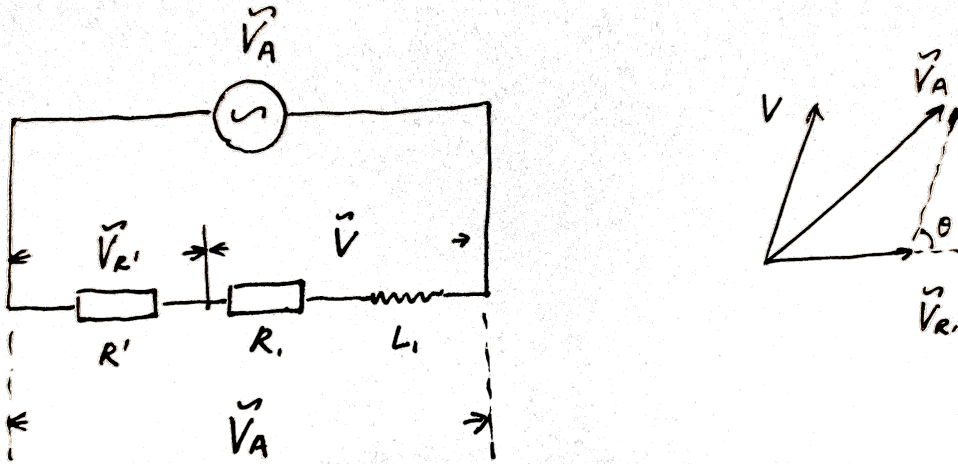


图 2: 测量电阻电感以及电压合成电路图

由右侧电压合成关系图以及余弦定理可以得到：

$$V_A^2 = V_{R'}^2 + V^2 + 2V_R V \cos \theta \quad (4)$$

在该公式中，除  $\theta$  外，所有的量都能测量得到。由 (3) 式和 (4) 式以及  $V_{R'} = IR'$  可以解得：

$$R = \frac{R'}{2} \left( \frac{V_A^2 - V^2}{V_{R'}^2} - 1 \right) \quad (5)$$

$$L = \frac{R' \sqrt{4V^2 V_{R'}^2 - (V_A^2 - V^2 - V_{R'}^2)^2}}{2\omega_0 V_{R'}^2} \quad (6)$$

实验步骤：

- (1). 将电感和电阻连接起来，电感的电阻为  $R_1$ ，电感为  $L_1$ ，外电阻的电阻为  $R'$ ；
- (2). 使用“二分法”调节  $R'$  的大小，使得  $V_{R'} \sim V$ ；
- (3). 交换电感柱头，测量  $V_A, V_{R'}, V$  的大小，从而计算各种情况下  $R, L$  的大小；

	$L_{empty1}$	$L_{empty2}$	$L_{A11}$	$L_{A12}$
$R'/\Omega$	560	650	460	430
$V_A/V$	6.708	6.747	6.645	6.617
$V_{R'}/V$	4.526	4.583	4.289	4.090
$V/V$	4.538	4.564	4.331	4.064
$V_o/V$	3.920	3.432	3.112	3.174

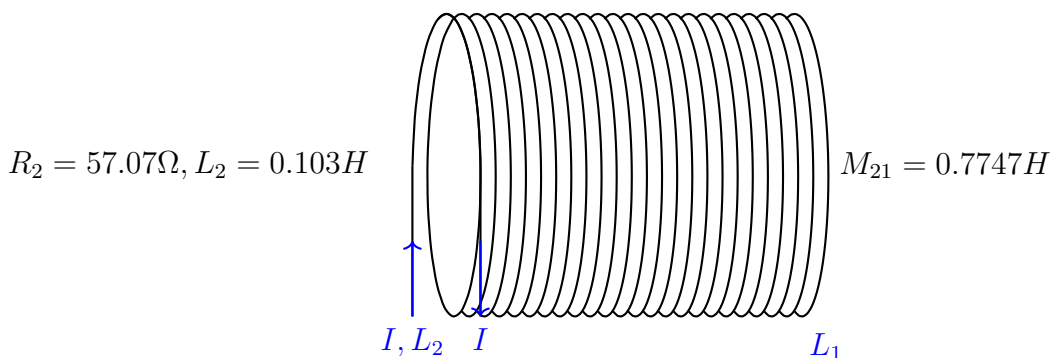
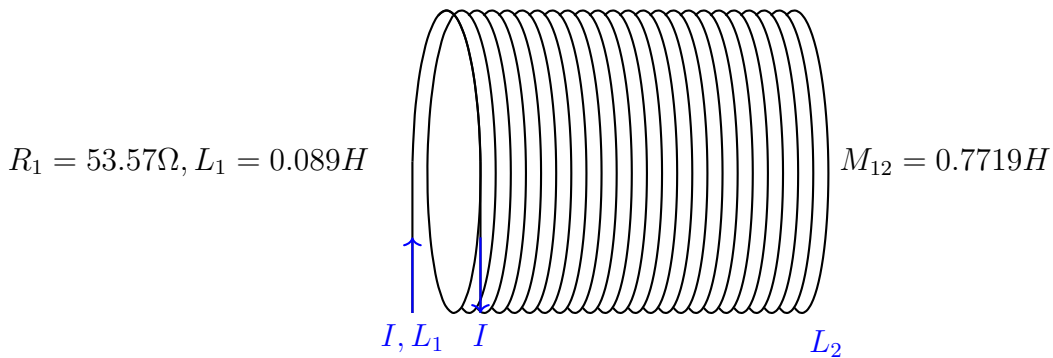
表 2: 测量双线圈电路数据

其中计算公式由 (5)(6) 给出，例如其中  $L_1$  (空气芯) 的电感和电阻值的计算过程如下：

$$R_1 = \frac{R'}{2} \cdot \frac{V_A^2 - V_{R'}^2 - V^2}{V_{R'}^2} = \frac{560\Omega}{2} \cdot \frac{6.708^2 - 4.526^2 - 4.538^2}{4.526^2} = 53.57\Omega$$

$$L_1 = \sqrt{\left(\frac{V}{V_{R'}}\right)^2 - \left(\frac{R_1}{R'}\right)^2} \frac{R'}{\omega} = \sqrt{\left(\frac{4.526}{4.538}\right)^2 - \left(\frac{53.57}{560}\right)^2} \frac{560\Omega}{2\pi \cdot 1000s^{-1}} = 0.089H$$

对其余数据操作相同，使用 python 程序编写相应函数自动计算并绘制成下列可视化结果：



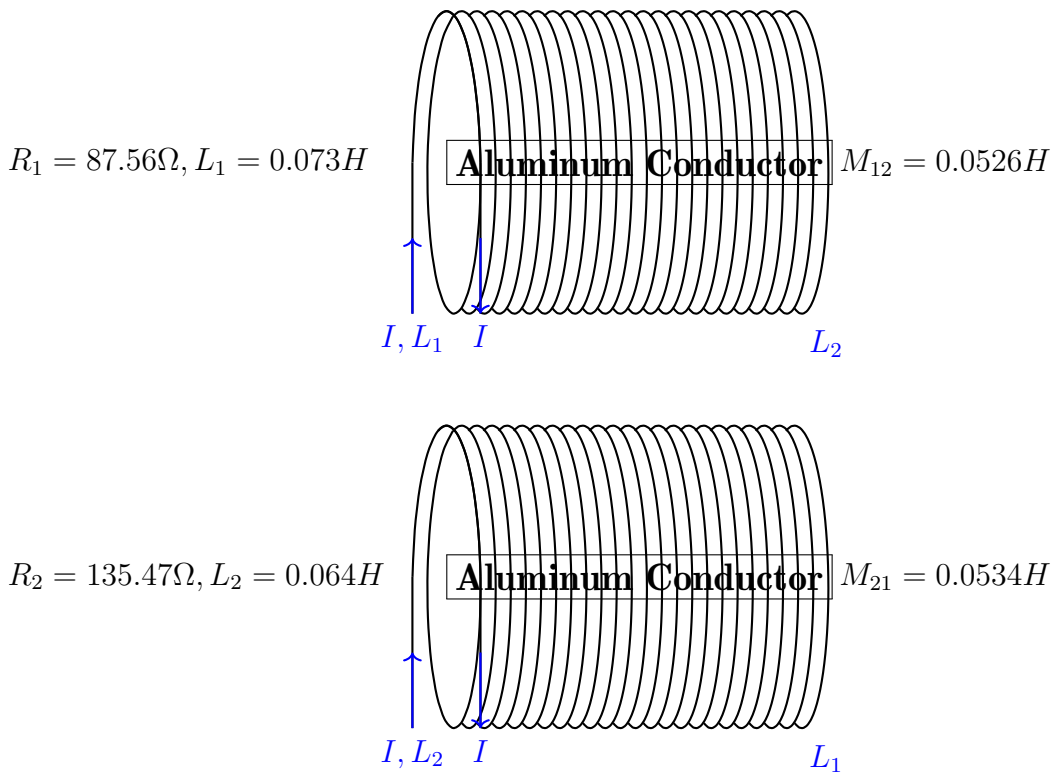


图 3: 四种情形对应电阻电感计算值

## 2.2 第二部分：互感和耦合常数

对于由两个线圈组成的耦合回路，电路为初级线圈供给的能量，部分消耗在初级线圈中，部分消耗自感系数为  $L$  的电感，当电流为  $I$  (有效值) 时，其平均储能等于  $\frac{1}{2}LI^2$ 。从初级线圈看，在初级线圈和次级线圈中消耗的总能量就好像是消耗在初级线圈的等效电阻上一样。

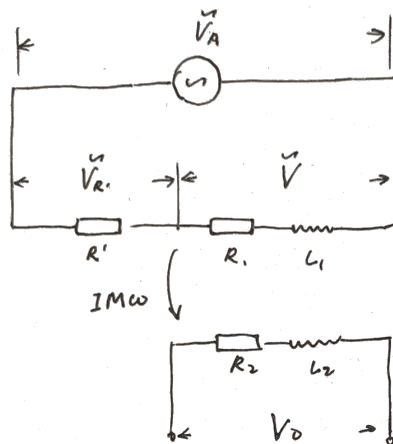


图 4: 测量互感电路图

当连接电路为上图时，外电路为开路，内电路为闭路，同时记录互感产生对应电动势为  $V_O$ ，有对应关系  $I = \frac{V_{R'}}{R'} = \frac{V_O}{Z_L} = \frac{V_O}{\omega M}$ ，可以解得

$$M = \frac{V_O R'}{V_{R'} \omega} \quad (7)$$

例如对于空气芯的情况，代入计算两者的互感相近，取平均值得到两者之间的互感：

$$\begin{aligned} M_{12} &= \frac{V_o R'}{V_{R'} \omega} = \frac{3.920 \times 560 \Omega}{4.526 \times 2000 \pi \text{Hz}} = 0.07719 \text{ H} \\ M_{21} &= \frac{V_o R'}{V_{R'} \omega} = \frac{3.455 \times 650 \Omega}{4.575 \times 2000 \pi \text{Hz}} = 0.07747 \text{ H} \\ M_{1,2} &= \frac{M_{12} + M_{21}}{2} = 0.07733 \text{ H} \end{aligned}$$

同理另外三种情况计算结果在可视化图中得到展示，可以计算插入铝芯之后的互感

$$M_{1,2} = \frac{M_{12} + M_{21}}{2} = 0.0530 \text{ H}$$

利用磁矢势的方法可以推导，互感系数仅由两线圈在空间中的形状以及相对位置决定，两者理论值相等，有相应互感系数公式（仅仅是理论表达式，一般不作实际运算）

$$M_{12} = M_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{(L_1)} \oint_{(L_2)} \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} = M \quad (8)$$

而耦合系数定义为

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (10)$$

从而计算两者的耦合系数有

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{0.07733 \text{H}}{\sqrt{0.089 \text{H} \times 0.103 \text{H}}} = 0.8076 \\ k_2 &= \frac{M^*}{\sqrt{L_1^* L_2^*}} = \frac{0.0530 \text{H}}{\sqrt{0.073 \text{H} \times 0.064 \text{H}}} = 0.7754 \end{aligned}$$

使用能量守恒原理可以推知，耦合系数取值范围为  $[0, 1]$ ，当  $k = 1$  时称为全耦合。耦合系数的大小取决于线圈的匝数、几何形状、组成材料、相对位置，可以发现，铝芯使得两者的耦合系数降低。

当外接电路闭合时，为下图

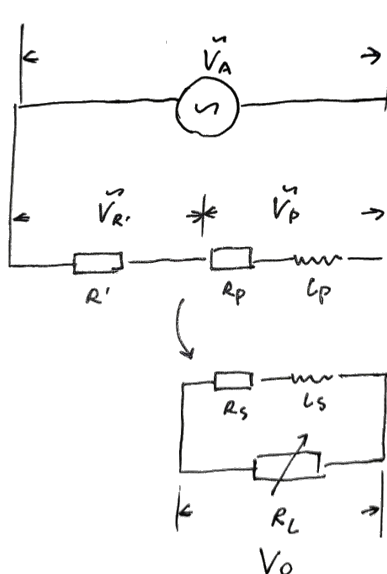


图 5: 电磁感应图 4

## 实验步骤

- (1). 按照上述电路连接;
- (2). 调节  $R_L$  为  $100\Omega$  的整数倍, 待电路稳定后测量各处电压的值。

得到电压数据如下 (万用表档位一直没有发生变化):

$R_L/\Omega$	$V_A/V$	$V_{R'}/V$	$V_P/V$	$V_o/V$
100	6.404	3.979	3.307	0.961
200	6.462	3.628	3.602	1.690
300	6.508	3.379	3.881	2.231
400	6.544	3.207	4.118	2.638
500	6.571	3.088	4.312	2.950
600	6.593	3.099	4.471	3.195
700	6.610	2.955	4.601	3.389
800	6.623	2.918	4.708	3.547
900	6.635	2.894	4.799	3.678
1000	6.644	2.878	4.875	3.788

表 3: 变负载测量数据表



由公式 (2) 知, 互感产生的电动势为电阻产生电动势和电感产生电动势方和根, 有

$$V_{\text{tot}} = IM\omega = M \frac{V_{R'}}{R'} = \sqrt{V_R^2 + V_L^2} \quad (11)$$

其中  $V_R$  由外部电路  $V_O$  以及  $R_L, R_S$  给出,  $V_L$  由复阻抗  $Z_L = \omega L$  给出

$$V_R = \frac{V_O}{R_L} \cdot (R_S + R_L), V_L = \frac{V_O}{R_L} \cdot \omega L \quad (12)$$

由上述方程可以解得

$$(R_L + R_S)^2 = M^2 \left( \frac{V_{R'}}{V_O} \frac{R_L}{R'} \omega \right)^2 - (\omega L)^2 \quad (13)$$

取  $(R_L + R_S)^2$  为因变量  $Y$ ,  $\left( \frac{V_{R'}}{V_O} \frac{R_L}{R'} \omega \right)^2$  为自变量进行  $X$  线性拟合, 作图如下:

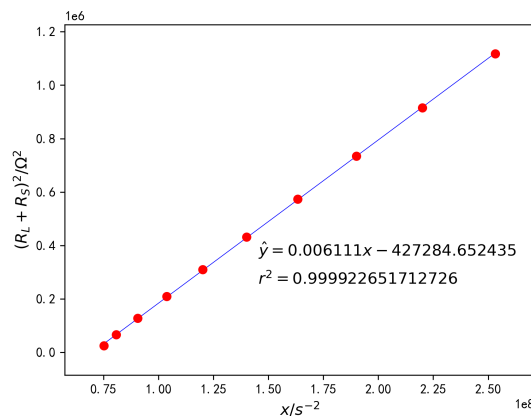


图 6: 计算自感与互感的拟合直线

编写具有面向对象特性的 python 程序自动回归(见<https://lr-tsinghua11.github.io/2022/04/30/Program/Matplotlib-For-Lab-of-Physics/>, 为本人博客), 代入相关数据得到直线拟合数据输出如下:

线性拟合斜率  $k = 0.0061114$  调用 Excel 中 TINV 函数  $t_{0.95,9} = 2.2621578$

斜率标准偏差  $s_k = 1.90039 \times 10^{-5}$  斜率不确定度为  $U_k = 4.29898 \times 10^{-5}$

线性拟合截距  $b = -427284.6$  线性回归相关系数  $R^2 = 0.9999226517$

截距标准偏差  $s_b = -1328.6$  截距不确定度为  $U_b = -3005.5$

利用斜率和截距便可以计算出互感和电感, 其斜率  $k = 0.0061114653(H)^2 = M^2$ , 从而  $M_{12} = \sqrt{0.0061114653H^2} = 0.078176H$ , 由拟合得到的斜率代入计算误差有  $M_{12} =$

$(0.0782 \pm 0.0003)H$ ，与第二部分计算的结果  $0.07733H$  误差为 1.0%。

对于截距有  $b = -(427284.6 \pm 1328.6)\Omega^2 = (\omega L_2)^2$ ，计算得到  $L_2 = (0.1042 \pm 0.0002)H$ ，与第一部分中测量的结果  $L_2 = 0.103H$  误差为 1.2%。

说明在误差范围内，两种方法得到的自感和互感数值上基本相同。

### 2.3 第三部分：初级线圈的等效阻抗和次级线圈的若干反射物理量之间的关系

根据前文的推导，初级线圈的等效电阻和感抗可以由公式  $R_{PE} = \frac{R'}{2} \cdot \frac{V_A^2 - V_{R'}^2 - V^2}{V_{R'}^2}$  和  $X_{PE} = \omega \sqrt{(\frac{V}{V_{R'}})^2 - (\frac{R_1}{R'})^2} \frac{R'}{\omega}$  得到，因此根据我们在上一部分测得的数据可以得出每一个  $R_L$  取值时初级线圈的参数，如下表：

$R_L/\Omega$	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
$R_R/\Omega$	134.9	178.0	208.6	227.2	236.7	239.0	236.9	232.3	226.0	219.0
$X_R/H$	0.010	0.030	0.054	0.081	0.111	0.142	0.173	0.205	0.237	0.270

表 4: 初级线圈反射电阻与感抗表

根据之前推导的公式，我们还能计算初级线圈的反射电阻和反射感抗：

$$R_R = \frac{I_S^2}{I_P^2}(R_S + R_L) = \frac{V_o^2 R'^2}{V_{R'}^2 R_L^2}(R_S + R_L), \quad X_R = \frac{V_o^2 R'^2}{V_{R'}^2 R_L^2} X_S$$

代入数据得到每个  $R_L$  取值时初级线圈反射电阻和感抗：

测量电路对应等效电阻  $R_{PE}$  和等效电感  $L_{PE}$  与来自于次级线圈的“反射”电阻  $R_R$  和“反射”电感  $L_R$  有关。由能量守恒定律，在初级线圈中的反射电阻  $R_R$  所消耗的功率等于次级线圈回路中的电阻  $R_S$  和  $R_L$  消耗的功率，即：

$$I_P^2 R_R = I_S^2 (R_S + R_L) \quad (14)$$

类似的，反射电感  $L_R$  和次级回路中的电感  $L_S$  满足以下关系：

$$\frac{1}{2} L_R I_P^2 = \frac{1}{2} L_S I_S^2 \quad (15)$$

而有外部电流大小  $I_P = \frac{V_{R'}}{R'}$  代入计算得到相应反射电阻和反射感抗，公式如下

$$R_R = \frac{V_o^2 R'^2}{V_{R'}^2 R_L^2} (R_S + R_L) \quad (16)$$

$$X_R = \frac{V_o^2 R'^2}{V_{R'}^2 R_L^2} (\omega L_2)$$

代入计算整理得到下表

$R_L/\Omega$	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
$R_{PE}/\Omega$	82.46	125.51	155.66	173.96	183.02	185.2	182.9	178.09	171.76	164.81
$X_{PE}/\Omega$	343.71	319.65	285.41	249.18	215.1	184.54	158.17	136.04	117.5	102.08

表 5: 等效电阻与感抗与外接电阻的关系

作出  $X_{PE}$  与  $X_R$  变化曲线如下，如果使用直线拟合的话，其作图如下：

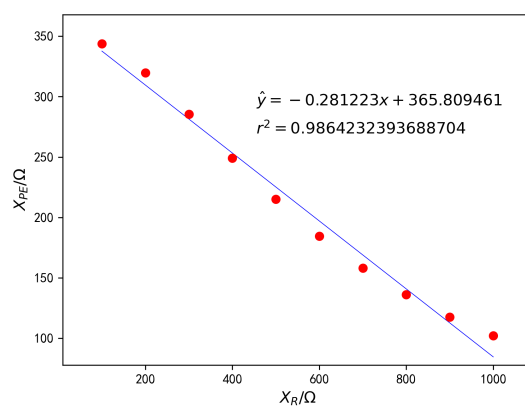


图 7: 等效感抗与外接电阻的关系（直线拟合）

直观来看，离散点的分布以及计算得到的拟合相关系数  $r^2 = 0.986423293$  可以得知，线性拟合的方式偏差较大。更一般的，计算外部电流可以得到：

$$I_S = \frac{M_{12} I_P \omega}{\sqrt{(\omega L_2)^2 + (R_L + R_S)^2}} \quad (17)$$

可以推导出  $X_{PE}$  与  $X_R$  的理论表达式为

$$X_{PE} = \frac{M^2 \omega^3 L_2}{(\omega L_2)^2 + (R_L + R_S)^2} \quad (18)$$

从而两者关系应该为偏移平方反比关系,  $X_{PE}$  随  $X_R$  单调递减, 取  $Y = \frac{\omega^3 L_2}{X_{PE}}$ , 以及  $X = (R_L + R_S)^2$ , 可以得到下列线性关系:

$$Y = \frac{1}{M^2} (X^2 + (\omega L_2)^2) \quad (19)$$

进行拟合, 得到其输出数据如下:

线性拟合斜率  $k = 163.614$       调用 Excel 中 TINV 函数  $t_{0.95,9} = 2.262157$   
 斜率标准偏差  $s_k = 0.50877$       斜率不确定度为  $U_k = 1.15087$   
 线性拟合截距  $b = 69920963$       线性回归相关系数  $R^2 = 0.9999226$   
 截距标准偏差  $s_b = 217414$       截距不确定度为  $U_b = 491825$

可以看到此时系数非常接近 1, 相较第二部分的拟合而言调整不大, 但反射感抗和外接负载的关系更加清晰, 两者不是简单的线性关系:

$$X_{PE} = \frac{157974237}{428642.4461 + (X_R + 57.07)^2} \quad (20)$$

用此函数关系与离散点对照, 可以得到以下图像, 可以看到拟合程度较高:

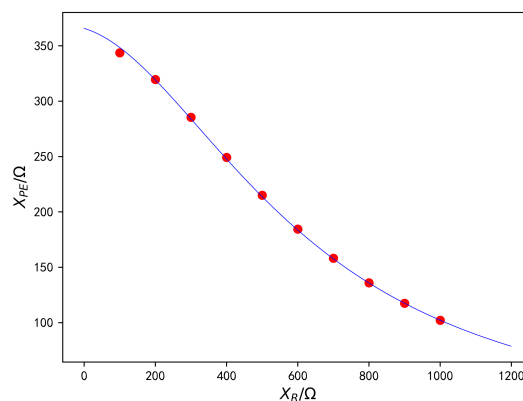


图 8: 等效感抗与外接电阻的关系 (曲线拟合)

则使用该曲线拟合是精确而不失水准的, 另一方面, 若只是粗略计算某外接负载电

阻对应的反射感抗，使用直线拟合的结果偏差也不是很大，其数值关系如下：

$$X_{PE} = -0.281223X_R + 365.809461\Omega \quad (21)$$

而对  $R_R$  与  $R_L$  使用贝塞尔曲线连接可以得到下图：

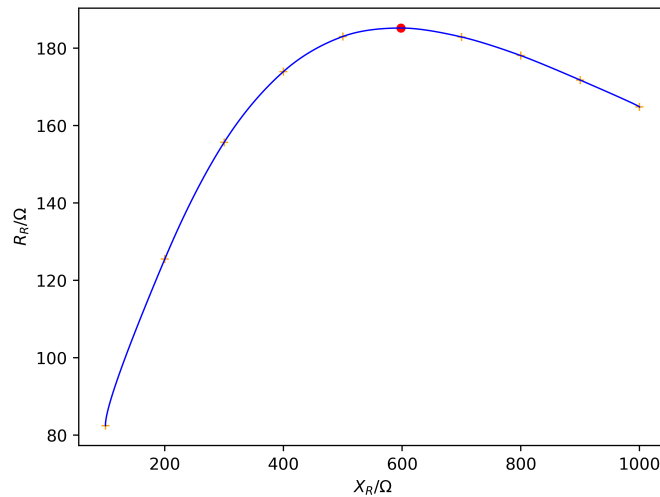


图 9: 反射电阻与外接电阻的关系 (Bezier 曲线拟合)

处理绘图过程中 python 程序生成的离散点 (共生成 900009 个点)，遍历得到：

$$(R_R)_{max} = 185.2040265058428\Omega \text{ when } R_L = 598.0198611738787\Omega \quad (22)$$

并将该最大值点标记在图像上 (红点所示)，而反射电阻和外接电阻阻值之间的理论关系如下：

$$R_R = \frac{M^2\omega^2(R_L + R_S)}{(\omega L_2)^2 + (R_L + R_S)^2} \quad (23)$$

由均值不等式容易得到，当  $R_L + R_S = R_L + R_2 = \omega L_2 = 654.7079\Omega$  时最大，此时

$$R_L = \omega L_2 - R_2 = 590.098\Omega \quad (24)$$

这与作图得到的最大值  $598.0199\Omega$  误差为 1.3%，说明在误差范围内该曲线的最大值符合理论，同时对应

$$(R_R)_{max} = \frac{M^2\omega}{2L_2} = \frac{0.07733^2 \cdot 2000\pi}{2 \cdot 0.103} = 182.393\Omega \quad (25)$$

这与作图得到的最大值  $185.204\Omega$  相比，误差为 1.5%。

## 2.4 第四部分：涡流效应

涡流与线圈产生的磁场为线性叠加的，由第一部分的数据可以推知，两种关系为相减，有

$$L_{\text{core}} = L_P - L \quad (26)$$

而电流密度正比于线圈中的电流，由焦耳热的线性相加性，等效的“涡流电阻”为两者串联，有

$$R_{\text{core}} = R - R_P \quad (27)$$

则  $R_{\text{core}}$  与  $L_{\text{core}}$  的比值为：

$$\eta = \frac{L_P - L}{R - R_P} \quad (28)$$

可得  $\eta_1 = \frac{0.089H - 0.073H}{87.56\Omega - 53.57\Omega} = 4.7 \times 10^{-4} s^{-1}$ ,  $\eta_2 = \frac{0.103H - 0.064H}{135.47\Omega - 57.07\Omega} = 5.0 \times 10^{-4} s^{-1}$ ，两者相近。

$V_A/V$	$V_{R'}/V$	$V_P/V$	$V_o/V$
6.574	3.232	4.649	2.997

表 6: 插入铝芯各电压测量数据

固定  $R' = 300\Omega$ ,  $R_L = 1000\Omega$ ，插入铝芯，各电压数据如上表所示。将输入功率减去内阻上焦耳定律散发的热功率得到铝芯耗散的功率为

$$\Delta P = I_p^2(R_{PE} - R_P) - I_S^2(R_S + R_L) \quad (29)$$

其中带入 (5) 式得  $R_{PE} = 160.233\Omega$ ，且  $I_p = \frac{V_{R'}}{R'} = 1.08 \times 10^{-2} A$ ,  $I_S = \frac{V_o}{R_L} = 2.997 \times 10^{-3} A$ ，代入 (29) 式便可以得到：

$$\Delta P = 9.02 \times 10^{-3} W \quad (30)$$

## 3 讨论

- (1). 从本实验可以得出，铝芯有降低自感以及互感的作用。对远距离的高压输电，铝的密度小且便宜。如果用铜的话电线比较重，从实验结论上来看，铝芯上的损耗

也是很小的，实验构成中也发现铝芯在交流电的作用之下不烫手，说明其发热功率小；

- (2). 在读取万用表数据稳定时需要等待一段时间。考虑暂态电路，粗略估算，本实验中  $R \sim 10^2 \Omega$ ,  $L \sim 10^{-1} H$ , 指数因子  $e^{-\lambda t}$  中  $\lambda = \frac{R}{L} \sim 10^3$ , 而取  $\bar{V} = 5V$ , 其最小精度为  $0.001V$ , 取仪器跳动时间  $\Delta t = 0.02s$ , 求解  $5 \cdot (1 - e^{-\lambda(t+\Delta t)}) - 5 \cdot (1 - e^{-\lambda t}) = 0.001$  得到不变化对应的时间  $\sim 10^{-2}s$ , 说明系统能很快稳定得到电压值, 这与实际观测不符。可能是电压源的动态调整过程以及外界的干扰使得每次读数需要等待几秒钟。

## 4 源代码

报告中数据的批量计算使用 python 自动化, 减少了人工计算工作量, 绘图使用的代码采用本人之前编写的 python 代码 (见本人博客<https://lr-tsinghua11.github.io/>)。


```

from math import sqrt
w = 2 * 3.141592653589 * 1000
VA=[6.404,6.462,6.508,6.544,6.571,6.593,6.610,6.623,6.635,6.644]
VRprime=[3.979,3.628,3.379,3.207,3.088,3.009,2.955,2.918,2.894,2.878]
Vp=[3.307,3.602,3.881,4.118,4.312,4.471,4.601,4.708,4.799,4.875]
V0=[0.961,1.690,2.231,2.638,2.950,3.195,3.389,3.547,3.678,3.788]
RR, XR, RPE, XPE = [], [], [], []
for i in range(10):
    RPE.append(150 * (VA[i] * VA[i] - VRprime[i] * VRprime[i] - Vp[i] * Vp[
        i]) / VRprime[i] / VRprime[i])
    XPE.append(sqrt((Vp[i] / VRprime[i]) ** 2 - (53.57 / 100 / (i + 1)) **
        2) * 100 * (i + 1) / w)
    RR.append((((V0[i] * 300 / VRprime[i] / 100 / (i + 1)) ** 2) * (57.07 +
        100 * (i + 1)))
    XR.append((((V0[i] * 300 / VRprime[i] / 100 / (i + 1)) ** 2) * (w * 0.
        1042))

for r in RPE:
    print(round(r, 2), end=' & ')
for x in XPE:
    print(round(x, 4), end=' & ')

```

### 5 原始数据



白齐 未央 20210253

清华大学 Tsinghua University

---

第一部分

	$R'/\Omega$	$V_A/V$	$V_{R'}/V$	$V/V$	$V_0/V$		
无铝壳	$R_1/L_1$	560	6.708	4.526	4.538	3.920	$R_1 = 53.5 \Omega$ $L_1 = 0.089 H$
	$R_2/L_2$	650	0.747	4.583	4.564	3.432	
有铝壳	$R_1/L_1$	460	6.645	4.289	4.331	3.112	$R_1 = 87.56 \Omega$ $L_1 = 0.073 H$
	$R_2/L_2$	430	6.617	4.090	4.064	3.174	

处理有

~~第一部分~~

$$M = \frac{V_0 R'}{V_{R'} \omega}$$

$M_{12} = 0.07779 H$	$M_{12} = 0.0526 H$
$M_{21} = 0.07747 H$	$M_{21} = 0.0534 H$
$\bar{M}_{12} = 0.07733 H$	$\bar{M}_{12} = 0.0530 H$
$k_1 = 0.8076$	$k_1' = 0.7754$

第二部分

$R_L/\Omega$	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
$V_A/V$	6.404	6.462	6.508	6.544	6.571	6.593	6.610	6.623	6.635	6.644
$V_{R'}/V$	3.929	3.628	3.379	3.207	3.088	3.009	2.955	2.918	2.894	2.878
$V_P/V$	3.307	3.602	3.881	4.118	4.312	4.471	4.601	4.708	4.799	4.875
$V_0/V$	0.961	1.690	2.231	2.638	2.950	3.195	3.389	3.547	3.678	3.788

取  $R_C = 1000 \Omega$ . 插入铝块  $V_A = 6.574 V$ ,  $V_{R_1} = 3.232 V$ ,  $V_P = 4.649 V$ ,  $V_0 = 2.997 V$

刘玉萍

图 10: 电磁感应原始数据