

磁耦合共振式无线电能传输实验报告

实验名称仅包含“无线电能传输”

鲁睿 未央软-11 2021012539 2022.11.10

摘要: 利用线圈进行电力输送时,其功率损耗会随着距离的增大而急剧下降,LC共振耦合的传输模式可以克服这一问题。本实验通过对LC谐振的研究,对LC的电感和共振频率以及功率特性进行了测试,并对两种方法的性能进行了对比,分析相关原因。

关键词: 无线电能传输;远距离;互感耦合线圈;LC谐振;电容特性

目录

1 实验原理

1.1 LC谐振

1.2 LC谐振以及传输效率

1.3 耦合线圈以及传输效率

2 实验内容

2.1 电路参数测量

2.1.1 谐振频率估算

2.1.2 寄生电阻测量

2.2 LC串联谐振传输

2.2.1 互感耦合系数测量

2.2.2 最大平均输出功率计算

2.2.3 传输效率测量

2.3 互感耦合传输

2.3.1 最佳频率计算

2.3.2 传输效率测量

3 分析讨论

3.1 效率对比

3.2 操作总结

3.3 实用性

4 原始数据

1 实验原理

1.1 LC 谐振

如下图所示的电路，谐振发生的条件为

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (1)$$

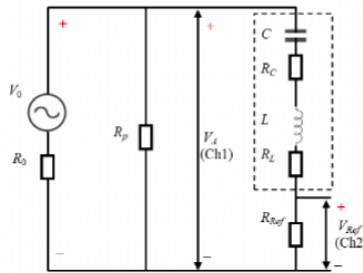


图1 LRC 串联电路图

当 $Z_A = \sqrt{2}R_{LC}$ 时，对应频率为 f_1, f_2 ，此时 V_A 和 V_{Ref} 的相位差为

$$\varphi = \pm \arctan\left(\frac{R_{LC}}{R_{LC} + R_{Ref}}\right) \quad (2)$$

同时得到品质因数

$$Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1} \quad (3)$$

由品质因数能量定义，可以计算电感和电容

$$\begin{cases} L = \frac{QR_{LC}}{2\pi f_0} \\ C = \frac{1}{2\pi f_0} \frac{1}{QR_{LC}} \end{cases} \quad (4)$$

1.2 LC 谐振以及传输效率

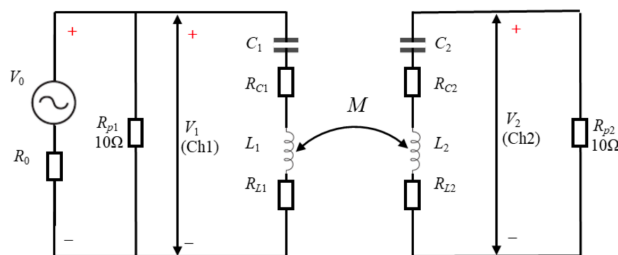


图2 LC 谐振电路图

当两个线圈相距 s 时，测量临界耦合附近的两个耦合对应频率 f_1, f_2 ，耦合系数

$$k = \frac{f_2^2 - f_1^2}{f_2^2 + f_1^2} \quad (5)$$

当峰峰值为 V_0 时，内阻为 R_0 的最大输出功率为

$$P_0 = \left(\frac{V_0}{2\sqrt{2}} \right)^2 / (4R_0) \quad (6)$$

当传输效率最大时，需满足

$$R_D = \frac{(2\pi f_0 k L)^2}{R_0 + R_{LC}} + R_{LC} \quad (7)$$

此时传输效率为

$$\eta = \frac{V_0^2}{8R_0 P_0} \quad (8)$$

1.3 耦合线圈以及传输效率

如下图所示，使用线圈传输电能

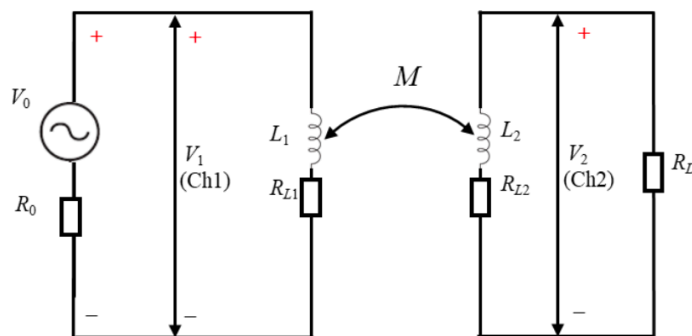


图3 耦合线圈电路图

当两个互感耦合线圈之间的电能传输效率达到最大时，频率和负载电阻满足

$$\begin{cases} f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(R_0 + R_{L1})(R_D + R_{L2})}{L_1 L_2 (1 - k^2)}} \\ R_D = R_0 + R_{L1} + R_{L2} \end{cases} \quad (9)$$

传输效率与公式 (9) 相同。

2 实验内容

2.1 电路参数测量

2.1.1 谐振频率估算

使用仪器给定值计算谐振频率如下

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1.7\text{mH} \times 460\text{pF}}} = 179.98\text{kHz}$$

2.1.2 寄生电阻测量

如图 1 所示连接电路，取定信号发生源峰峰值为 20.00V，在 f_0 附近调节频率使得 V_A, V_{Ref} 同相，记录数据如下

| | f_0/kHz | V_A/Vpp | V_{Ref}/Vpp | R_{LC}/Ω |
|-----|------------------|------------------|----------------------|-----------------|
| C31 | 177.36 | 3.275 | 1.818 | 54.50 |
| C32 | 177.29 | 3.263 | 1.813 | 54.38 |

表1 谐振电路频率以及电压数据表格

其中 R_{LC} 的过程计算如下

$$R_{LC} = R_0 \cdot \frac{V_A - V_{Ref}}{V_{Ref}} = 68\Omega \cdot \frac{3.275 - 1.818}{1.818} = 68\Omega \cdot 0.8014 \approx 54.49\Omega$$

当 $V = \sqrt{2}V_{\min}$ 时，计算相位如下

$$\varphi = \pm \arctan\left(\frac{R_{LC}}{R_{LC} + R_0}\right) = \pm \arctan\left(\frac{54.49}{54.49 + 68}\right) \approx 23.982^\circ$$

代入公式 (5) 分别计算电感和电容如下

| φ/rad | f_1/kHz | f_2/kHz | Q | L/mH | C/pF |
|----------------------|------------------|------------------|-------|---------------|---------------|
| 23.98 | 174.53 | 179.89 | 33.09 | 1.62 | 497.62 |
| 23.96 | 174.61 | 179.94 | 33.26 | 1.62 | 496.25 |

表2 谐振电路品质因素以及各电学量计算结果

2.2 LC 串联谐振传输

2.2.1 互感耦合系数测量

将两个 LC 电路相距 s ，测量谐振频率附近两个峰值对应的频率，代入公式 (6) 计算

| s/cm | f_1/kHz | f_2/kHz | k |
|---------------|------------------|------------------|-------|
| 2.00 | 160.1 | 201.4 | 0.226 |
| 3.00 | 164.5 | 195.1 | 0.169 |
| 4.00 | 167.3 | 190.6 | 0.130 |
| 5.00 | 170.2 | 187.4 | 0.096 |
| 6.00 | 172.3 | 184.5 | 0.068 |
| 7.00 | 174.6 | 183.1 | 0.047 |

表3 谐振耦合电路在不同距离下的耦合系数计算

例如当 $s = 5\text{cm}$ 时的耦合系数计算如下

$$k = \frac{f_2^2 - f_1^2}{f_2^2 + f_1^2} = \frac{(187.4\text{Hz})^2 - (170.2\text{Hz})^2}{(187.4\text{Hz})^2 + (170.2\text{Hz})^2} = \frac{6150.72}{64086.8} \approx 0.0959$$

将距离和耦合系数的关系作图如下

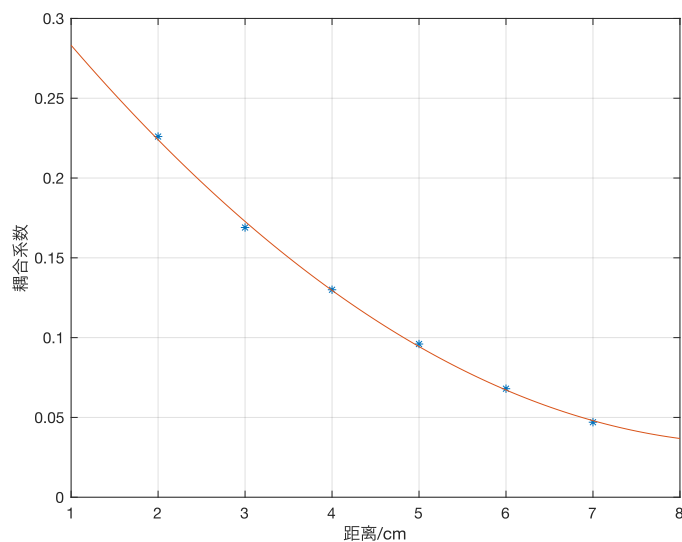


图4 LC 谐振传输效率随距离关系

2.2.2 最大平均输出功率计算

由公式 (7) 代入数值计算得到

$$P_0 = \left(\frac{V_0}{2\sqrt{2}} \right)^2 / (4R_0) = \left(\frac{20}{2\sqrt{2}} \right)^2 / (4 \times 50) = 0.25\text{W}$$

2.2.3 传输效率测量

对上述测量得到的互感系数，理论计算外接负载最佳值，测量相应功率，例如当 $s = 5\text{cm}$ 对应负载最佳值计算如下

$$R_D = \frac{(2\pi f_0 k L)^2}{R_0 + R_{LC}} + R_{LC} = \frac{(2\pi \cdot 177.36\text{Hz} \cdot 0.096 \cdot 1.62\text{mH})^2}{50\Omega + 54.5\Omega} + 54.5\Omega \approx 1640\Omega$$

其中由于可变电阻为 10 的倍数，取整为 1640Ω ，线圈上的电压需要转换为电阻和电容总阻抗的计算（由于**线圈上有互感电压**，不满足电流乘以阻抗等于分压），其计算公式如下

$$V_L = V_{C,R_{LC}+R_D} = I \cdot \sqrt{(R_{LC} + R_D)^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (10)$$

| s/cm | R_D/Ω | f/kHz | V_2/Vpp | η | I_{L2}/mA_{pp} | V_{L2}/Vpp |
|---------------|--------------|----------------|------------------|--------|-------------------------|---------------------|
| 2.00 | 1640 | 175.5 | 29.38 | 26.3% | 17.91 | 44.65 |
| 3.00 | 950 | 175.8 | 22.68 | 27.1% | 23.87 | 49.72 |
| 4.00 | 580 | 175.2 | 17.12 | 25.3% | 29.52 | 57.19 |
| 5.00 | 350 | 176.3 | 13.02 | 24.2% | 37.20 | 69.32 |
| 6.00 | 200 | 176.0 | 9.66 | 23.3% | 48.30 | 88.87 |
| 7.00 | 130 | 175.0 | 7.36 | 20.8% | 56.62 | 104.28 |

表4 不同距离下传输效率计算

2.3 互感耦合传输

2.3.1 最佳频率计算

由公式 (9) 近似计算

$$f_0 = \frac{R_0}{2\pi\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{50}{2\pi \times \sqrt{1.689\text{m} \times 1.665\text{m}}} \approx 4751.1 \text{ Hz}$$

考虑到互感系数仅和空间位置有关，可由下述公式给定

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_2} \oint_{C_1} \frac{dl_1 \cdot dl_2}{r_{12}} \quad (11)$$

因此可以采用 2.2 中的耦合系数，假定电感的寄生电阻忽略不计，得到最佳频率

$$f = \frac{f_0}{\sqrt{1 - k^2}}$$

修正之后如下表所示

| s/cm | R_(D)/Ω | f/Hz |
|------|---------|----------|
| 2.00 | 50 | 5038.796 |
| 3.00 | 50 | 4980.567 |
| 4.00 | 50 | 4950.744 |
| 5.00 | 50 | 4931.722 |
| 6.00 | 50 | 4920.448 |
| 7.00 | 50 | 4914.503 |

表5 不用距离下最佳频率计算表格

2.3.2 传输效率测量

调整两电感之间的距离以及频率为上述最佳频率，测量输出负载对应的峰峰值电压，计算相应效率，并与 LC 振荡传输效率进行比较

| s/cm | V2/Vpp | η | 传输效率比 |
|------|--------|--------|-------|
| 2.00 | 2.15 | 4.6% | 5.7 |
| 3.00 | 1.65 | 2.7% | 9.9 |
| 4.00 | 1.31 | 1.7% | 14.7 |
| 5.00 | 1.07 | 1.1% | 21.2 |
| 6.00 | 0.85 | 0.7% | 32.3 |
| 7.00 | 0.71 | 0.5% | 41.3 |

表6 不用距离下传输效率以及对比

绘制 $\eta - k$ 的关系如下图所示

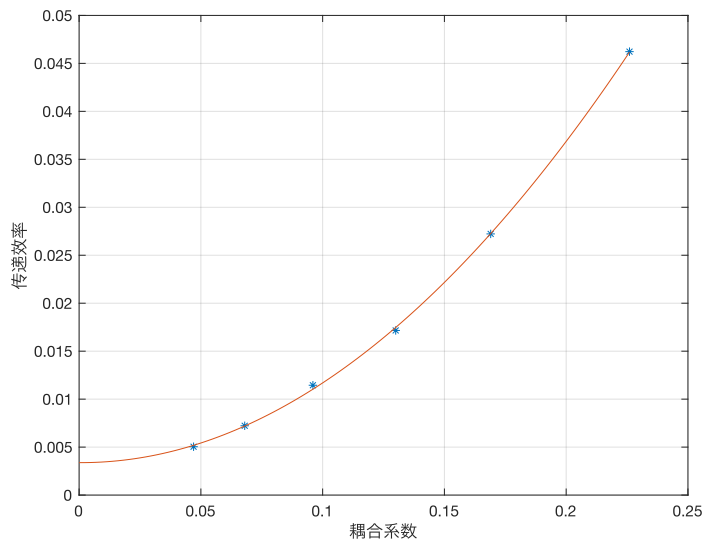


图5 LC 互感耦合传输效率随耦合系数关系

可以看出传输效率几乎正比于耦合系数 k 的平方，采用线性拟合 $\eta - k^2$ ，得到

$$R = 0.999877$$

说明两者很大程度上为平方关系。

报告的写作、图表规范。
还分析了讲义中未作要求的内容，比如图5的传输效率-耦合系数关系。

3 分析讨论

3.1 效率对比

由表 6 可以明显看出，采用 LC 谐振电路传输电能的方式相较于电感耦合的方式具有更高的传输效率，且随着距离衰减，更适合具有一定距离的电能传输。

3.2 操作总结

- 在接线路的过程中，一定要保证**负极共地**，在测量初期由于错将正极共地，导致共振频率附近的输出电压几乎没有变化
- 使用示波器时，可以使用**平均值、读取相位、读取峰峰值**等功能，简化实验步骤

3.3 实用性

本次实验中 LC 谐振电路在 $s \approx 5\text{cm}$ 时也能达到 $\sim 20\%$ 的效率，从数据上看有很大的应用场景，例如远距离无线充电，但至今未能应用的原因，主要有以下两个方面

- **趋肤效应**，为方便市场消化，当导线和电感很细的时候，导线中大部分电流分布在表面，导致传输时效率变低
- 由于远距离传输时，介质为空气，在实际使用过程中，周围环境的变化**很容易影响频率**，而该实验对频率非常敏感，无法保证其**稳定性**

4 原始数据

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K |
|----|-----------------------|---------------|---------------|-----------------|---------------|--------------|---------------|---------------|----------|-------------|-------------|
| 1 | 无线传输原始数据 | | | | | | | | | | |
| 2 | A) 测量 RCL 电学参量 | | | | | | | | | | |
| 3 | | f0/kHz | VA/Vpp | VREF/Vpp | R_LC/Ω | φ/rad | f1/kHz | f2/kHz | Q | L/mH | C/pF |
| 4 | C31 | 177.36 | 3.275 | 1.818 | 54.50 | 23.98 | 174.53 | 179.89 | 33.09 | 1.62 | 497.62 |
| 5 | C32 | 177.29 | 3.263 | 1.813 | 54.38 | 23.96 | 174.61 | 179.94 | 33.26 | 1.62 | 496.25 |
| 6 | | | | | | | | | | | |
| 7 | B) 耦合系数测定 | | | | | | | | | | |
| 8 | s/cm | f1/kHz | f2/kHz | k | | | | | | | |
| 9 | 2.00 | 160.1 | 201.4 | 0.226 | | | | | | | |
| 10 | 3.00 | 164.5 | 195.1 | 0.169 | | | | | | | |
| 11 | 4.00 | 167.3 | 190.6 | 0.130 | | | | | | | |
| 12 | 5.00 | 170.2 | 187.4 | 0.096 | | | | | | | |
| 13 | 6.00 | 172.3 | 184.5 | 0.068 | | | | | | | |
| 14 | 7.00 | 174.6 | 183.1 | 0.047 | | | | | | | |

图6 原始数据截图1

| | A | B | C | D | E | F | G |
|----|-------------------|----------------|--------------|---------------|----------|------------------|-----------------|
| 16 | C) LC 传输效率 | | | | | | |
| 17 | s/cm | RD/Ω | f/kHz | V2/Vpp | η | I_L2/mApp | V_L2/Vpp |
| 18 | 2.00 | 1640 | 175.5 | 29.38 | 26.3% | 17.91 | 44.65 |
| 19 | 3.00 | 950 | 175.8 | 22.68 | 27.1% | 23.87 | 49.72 |
| 20 | 4.00 | 580 | 175.2 | 17.12 | 25.3% | 29.52 | 57.19 |
| 21 | 5.00 | 350 | 176.3 | 13.02 | 24.2% | 37.20 | 69.32 |
| 22 | 6.00 | 200 | 176.0 | 9.66 | 23.3% | 48.30 | 88.87 |
| 23 | 7.00 | 130 | 175.0 | 7.36 | 20.8% | 56.62 | 104.28 |
| 24 | | | | | | | |
| 25 | D) L 传输效率 | | | | | | |
| 26 | s/cm | R_(D)/Ω | f/Hz | V2/Vpp | η | 传输效率比 | |
| 27 | 2.00 | 50 | 5038.796 | 2.15 | 4.6% | 5.7 | |
| 28 | 3.00 | 50 | 4980.567 | 1.65 | 2.7% | 9.9 | |
| 29 | 4.00 | 50 | 4950.744 | 1.31 | 1.7% | 14.7 | |
| 30 | 5.00 | 50 | 4931.722 | 1.07 | 1.1% | 21.2 | |
| 31 | 6.00 | 50 | 4920.448 | 0.85 | 0.7% | 32.3 | |
| 32 | 7.00 | 50 | 4914.503 | 0.71 | 0.5% | 41.3 | |

图7 原始数据截图2